

2015年総合政策第2問

 数理  
石井K

 2  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$ ,  $\log_{10} 7 = 0.8451$  とする. このとき, 次の問いに答えなさい.

- (1)  $3^{30}$  は何桁の整数か.  
 (2)  $3^{30}$  の一の位の数字と最高位の数字を求めなさい.  
 (3) A村では人口減少が続いており, 毎年2%ずつ減少している. 毎年このままの比率で人口が減少すると仮定した場合, はじめて人口が現在の半分以下になるのは何年後かを答えなさい.

$$\begin{aligned} (1) \quad 3^{30} \text{ が } n \text{ 桁の整数} &\Leftrightarrow 10^{n-1} \leq 3^{30} < 10^n \\ &\Leftrightarrow n-1 \leq 30 \log_{10} 3 < n \\ &\Leftrightarrow n-1 \leq 14.313 < n \end{aligned}$$

$$\therefore n = 15 \quad \therefore \underline{15 \text{ 桁}} //$$

 (2)  $3^m$  の一の位の数字は, 3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ... となるから

$$3^{30} = (3^4)^7 \cdot 3^2 \quad \therefore \underline{\text{一の位は } 9} //$$

$$\begin{aligned} \text{最高位の数字が } k \text{ (} k=1, 2, \dots, 9 \text{)} &\Leftrightarrow k \cdot 10^{n-1} \leq 3^{30} < (k+1) \cdot 10^{n-1} \\ &\Leftrightarrow n-1 + \log_{10} k \leq 30 \log_{10} 3 < n-1 + \log_{10} (k+1) \\ &\Leftrightarrow n-1 + \log_{10} k \leq 14.313 < n-1 + \log_{10} (k+1) \end{aligned}$$

 (1)より,  $n=15$  なので,  $14 + \log_{10} k \leq 14.313 < 14 + \log_{10} (k+1)$ 

$$\text{これは, } k=2 \text{ のとき成り立つ} \quad \therefore \underline{\text{最高位の数字は } 2} //$$

$$\begin{aligned} (3) \quad (0.98)^n &\leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow n \log_{10} \frac{98}{100} \leq -\log_{10} 2 \\ &\Leftrightarrow n (\log_{10} 2 + 2 \log_{10} 7 - 2) \leq -\log_{10} 2 \\ &\Leftrightarrow n (0.3010 + 1.6902 - 2) \leq -\log_{10} 2 \\ &\Leftrightarrow n \geq \frac{0.3010}{0.0088} \\ &\Leftrightarrow n \geq 34.2045 \dots \end{aligned}$$

$$\therefore n = 35 \quad \underline{35 \text{ 年後}} //$$