

2015年 総合政策 第1問


 数理
石井

1 次の(1)~(6)の中から4つを選択し解答しなさい。

- (1) $403a^4 - 2015a^2 + 1612$ を因数分解しなさい。
 (2) $\frac{1}{2}x - y = -4$, $ax - y = 14$, $3x + y = 46$ が点Pで交わる時、点Pの座標と定数aの値を求めなさい。
 (3) $\sqrt{n^2 + 35}$ が自然数となるような自然数nをすべて求めなさい。
 (4) 3点A(-2, -2), B(1, 5), C(3, 1)を頂点とする三角形の面積を求めなさい。
 (5) 12人の学生を4人ずつ3グループに分ける分け方は何通りあるか答えなさい。
 (6) $\triangle ABC$ において、辺ABを1:2に内分する点をP, 辺ACを3:2に内分する点をQとする。直線PQと辺BCの延長が交わる点をRとすると、PR:RQを求めなさい。

$$\begin{aligned} (1) \text{ (与式)} &= 403(a^4 - 5a^2 + 4) \\ &= 403(a^2 - 1)(a^2 - 4) \\ &= \underline{403(a-1)(a+1)(a-2)(a+2)} \text{ ,,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \frac{1}{2}x - y &= -4, \quad 3x + y = 46 \text{ の交点は } \underline{(12, 10)} \text{ ,,} \\ \therefore ax - y &= 14 \text{ がこの点を通るので, } 12a - 10 = 14 \quad \therefore \underline{a = 2} \text{ ,,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \sqrt{n^2 + 35} &= k \text{ (} k: \text{自然数) とおくと, 両辺を2乗して整理すると,} \\ (k+n)(k-n) &= 35 \\ k+n \text{ と } k-n &\text{ は整数で, } 0 < k-n < k+n \\ \therefore (k+n, k-n) &= (35, 1), (7, 5) \quad \therefore \underline{n = 1, 17} \text{ ,,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \triangle ABC &= \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{AB}|^2 |\vec{AC}|^2 - (\vec{AB} \cdot \vec{AC})^2} \\ \vec{AB} &= (3, 7), \quad \vec{AC} = (5, 3) \text{ より, } |\vec{AB}|^2 = 3^2 + 7^2 = 58, \quad |\vec{AC}|^2 = 5^2 + 3^2 = 34, \quad \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 3 \cdot 5 + 7 \cdot 3 = 36 \\ \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2} \sqrt{58 \cdot 34 - 36^2} = \underline{13} \text{ ,,} \end{aligned}$$

$$(5) \frac{{}_{12}C_4 \times {}_8C_4}{3!} = \underline{5775 \text{ 通り}} \text{ ,,}$$

$$\begin{aligned} (6) \text{ メネラウスの定理より, } \frac{1}{2} \cdot \frac{BR}{CR} \cdot \frac{2}{3} &= 1 \\ \therefore BR:CR &= 3:1 \quad \therefore BC:CR = 2:1 \\ \text{再びメネラウスの定理より, } \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{PQ}{QR} &= 1 \\ \therefore PQ:QR &= 2:3 \quad \therefore \underline{PR:RQ = 5:3} \text{ ,,} \end{aligned}$$

