

島根大学

2016年 総合理工（数理・情報システム）第4問

4 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする. xy 平面上の曲線 $\frac{x^2}{\cos^2 \alpha} + \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ の $x \geq 0, y \geq 0$ の部分を $C(\alpha)$ とし, 曲線 $C(\alpha)$ と y 軸, および直線 $y = x$ で囲まれた図形を $D(\alpha)$ で表す. 次の問いに答えよ.

- (1) 曲線 $C(\alpha)$ と直線 $y = x$ の交点の座標を求めよ.
- (2) 図形 $D(\alpha)$ の面積 $S(\alpha)$ を求めよ.
- (3) 図形 $D(\alpha)$ を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積 $V(\alpha)$ を求めよ.
- (4) (2), (3) で求めた $S(\alpha), V(\alpha)$ に対して, $\lim_{\alpha \rightarrow +0} \frac{\{V(\alpha)\}^2}{\{S(\alpha)\}^3}$ を求めよ.