



2015年 総合理工 (数理・情報システム) 第3問

3 $f(x) = xe^x$ とするとき, 次の問いに答えよ. ただし e は自然対数の底とし, $2 < e < 3$, $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$ であることは用いてよい.

- (1) 関数 $y = f(x)$ の増減およびグラフの凹凸を調べ, そのグラフの概形をかけ.
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $x = -1$, $x = 1$ および x 軸で囲まれた2つの部分の面積の和を求めよ.
- (3) t を実数とし, 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = f(t)a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める. $t \leq \frac{1}{2}$ ならば, $\{a_n\}$ は収束することを示せ.