



2010年 総合理工（数理・情報システム以外）第2問

2 自然数 n に対して、ベクトル \vec{a} , \vec{b} を

$$\vec{a} = \left(n^{\frac{1}{4}}, n^{\frac{1}{4}} + 1 \right), \quad \vec{b} = \left(n^{\frac{1}{4}}, 1 - n^{\frac{1}{4}} \right)$$

で定めるとき、次の問いに答えよ。

- (1) \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ とするとき、 $\cos \theta$ を n を用いて表せ。
- (2) $\frac{1}{\cos \theta}$ が整数となるような n を小さい順に n_1, n_2, \dots とするとき、 i 番目の n_i を i を用いて表せ。
- (3) $n = n_i$ に対する \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ_i とおく。自然数 k に対して、

$$S_k = \frac{1}{\tan^2 \theta_1} + \frac{1}{\tan^2 \theta_2} + \dots + \frac{1}{\tan^2 \theta_k}$$

とすると、 $\lim_{k \rightarrow \infty} S_k$ を求めよ。