

お茶の水女子大学

2015年理(数学科)第3問

3 次の問いに答えよ.

(1) 不等式

$$\sqrt{n}\sqrt{a^2+b^2} \leq a+b \leq \sqrt{m}\sqrt{a^2+b^2}$$

がすべての負でない実数 $a \geq 0$, $b \geq 0$ に対して成り立つような自然数 m と n の範囲を求めよ.

(2) m を 2 以上の自然数, n を自然数とする. 不等式

$$\frac{m^{n+1}-1}{n+1} > \frac{m^n-1}{n}$$

が成り立つことを示せ.

(3) m を 2 以上の自然数, n を自然数とするとき, 次の不等式

$${}_m n C_n \geq m^n > \sum_{i=0}^{n-1} m^i$$

が成り立つことを示せ.