0001850909418999

滋賀県立大学

2014 年 環境科学部・工学部 第 1 問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 2 次関数 $f(x)=ax^2+bx+c$（a, b, c は定数で $a \neq 0$ とする）がある．d を正の数として，$f(0)=p$, $f(d)=q$, $f(2d)=r$ とおく．

(1) a, b, c を p, q, r, d で表せ．

(2) $S_1=\int_0^{2d} f(x)\,dx$ を p, q, r, d で表せ．

(3) $S_2=\int_0^{2d} |f(x)|\,dx$ とおく．$p=1$, $q=0$, $r=3$ および $d=1$ のとき，S_2-S_1 を求めよ．

(1) $f(0)=p$ より． $\underline{c=p}$

$f(d)=ad^2+bd+c=q$ …①

$f(2d)=4ad^2+2bd+c=r$ …②

①×2－② より

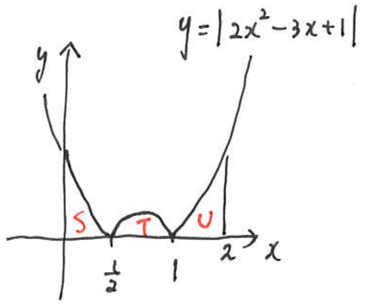
$-2ad^2+c=2q-r$

$\therefore\ \underline{a=\dfrac{p-2q+r}{2d^2}}$　　$\underline{b=\dfrac{-3p+4q-r}{2d}}$

(2) $S_1=\left[\dfrac{ax^3}{3}+\dfrac{bx^2}{2}+cx\right]_0^{2d}$

$=\dfrac{p-2q+r}{6d^2}\cdot 8d^3+2bd^2+2cd$

$=\underline{\dfrac{d(p+4q+r)}{3}}$



(3) $p=1$, $q=0$, $r=3$, $d=1$ のとき．

$a=2$, $b=-3$, $c=1$

$\therefore\ S_2=\int_0^2 |2x^2-3x+1|\,dx$

$=\int_0^{\frac{1}{2}} 2x^2-3x+1\,dx+\int_{\frac{1}{2}}^1 -2x^2+3x-1\,dx+\int_1^2 2x^2-3x+1\,dx$

$=\left[\dfrac{2x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+x\right]_0^{\frac{1}{2}}-2\int_{\frac{1}{2}}^1 (x-1)(x-\tfrac{1}{2})\,dx+\left[\dfrac{2x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+x\right]_1^2$

$=\dfrac{17}{12}$

$S_1=\dfrac{4}{3}$　　$\therefore\ S_2-S_1=\underline{\dfrac{1}{12}}$

(別解) $S_1=S-T+U$

$S_2=S+T+U$ より

$S_2-S_1=2T$

$2T=2\int_{\frac{1}{2}}^1 -2x^2+3x-1\,dx$ の方が速い