0001916363808999

大阪薬科大学

2013年 薬学部 第1問

1枚目/2枚

数理 石井K

1 次の問いに答えなさい．

(1) 2次方程式 $x^2+x+p=0$ の2解 α, β に対して $\alpha^2-\beta^2=3$ となるとき，$p=\boxed{}$ である．　-2

(2) xy 座標平面上で，x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という．$x \geqq 0$, $y \geqq 0$, $x+2y \leqq 100$ を同時に満たす格子点の個数は $\boxed{}$ である．　2601

(3) 関数 $f(x)=a(\log_3 x)^2+\log_9 bx$ が，$x=\dfrac{1}{3}$ で最小値 $\dfrac{1}{4}$ をとるとき，$(a, b)=\boxed{}$ である．　$\left(\frac{1}{4}, 3\right)$

(4) 関数 $y=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ のグラフを描きなさい．

(5) 表と裏が等確率で出るコインを n 回投げ，表が出る回数が0回ならば0点，1回ならば x 点，2回以上ならば y 点とするゲームを考え，その点数の期待値を E_n とする．$n \geqq 2$ の n に対して，不等式 $E_n \geqq y$ が n によらずに成り立つとき，x と y の間の関係を調べなさい．ただし，x と y は正とする．

(1) 解と係数の関係より．$\alpha+\beta=-1$，$\alpha\beta=P$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=1-2P$

$\therefore (\alpha^2-\beta^2)^2=(\alpha^2+\beta^2)^2-4\alpha^2\beta^2=(1-2P)^2-4P^2=1-4P$

$\therefore \alpha^2-\beta^2=3$ より，$(\alpha^2-\beta^2)^2=9$　$\therefore 1-4P=9$　$\underline{P=-2}$ //

(2) $y=k$（k：0以上 50以下の整数）のとき．$0 \leqq x \leqq 100-2k$

$\therefore$ (格子点) $=\displaystyle\sum_{k=0}^{50} 100-2k+1$

$=101+\displaystyle\sum_{k=1}^{50} 101-2k$

$=101+101\cdot 50-50\cdot 51$

$=\underline{2601\text{個}}$ //

(3) 底の変換公式より．$\log_9 bx=\dfrac{\log_3 bx}{\log_3 9}=\dfrac{1}{2}(\log_3 x+\log_3 b)$

$\therefore f(x)=a\cdot(\log_3 x)^2+\frac{1}{2}\log_3 x+\frac{1}{2}\log_3 b$

$=a\left(\log_3 x+\dfrac{1}{4a}\right)^2-\dfrac{1}{16a}+\dfrac{1}{2}\log_3 b$

$\therefore \log_3 x=-\dfrac{1}{4a}$ のとき．$a>0$ であれば最小値 $-\dfrac{1}{16a}+\dfrac{1}{2}\log_3 b$ をとる．

$\therefore x=3^{-\frac{1}{4a}}$ のとき最小値をとるので，$a=\frac{1}{4}$　$\therefore -\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\log_3 b=\frac{1}{4}$

$\therefore \log_3 b=1$　$\therefore b=3$

$\therefore \underline{(a, b)=\left(\frac{1}{4}, 3\right)}$ //

0001916363808999

大阪薬科大学

2013年 薬学部 第1問

2枚目／2枚.

1 次の問いに答えなさい．

(1) 2次方程式 $x^2+x+p=0$ の2解 α，β に対して $\alpha^2-\beta^2=3$ となるとき，$p=$ $\boxed{}$ である．

(2) xy 座標平面上で，x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という．$x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$x+2y \leqq 100$ を同時に満たす格子点の個数は $\boxed{}$ である．

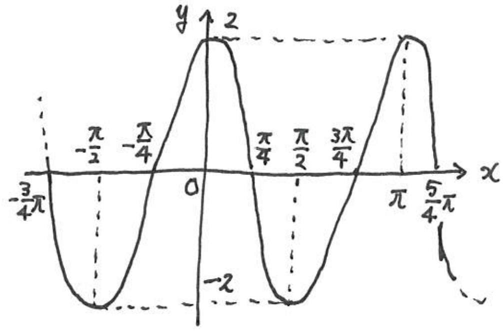
(3) 関数 $f(x)=a(\log_3 x)^2+\log_9 bx$ が，$x=\dfrac{1}{3}$ で最小値 $\dfrac{1}{4}$ をとるとき，$(a,\ b)=$ $\boxed{}$ である．

(4) 関数 $y=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ のグラフを描きなさい． $y=2\sin\left\{2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right\}$

(5) 表と裏が等確率で出るコインを n 回投げ，表が出る回数が0回ならば0点，1回ならば x 点，2回以上ならば y 点とするゲームを考え，その点数の期待値を E_n とする．$n \geqq 2$ の n に対して，不等式 $E_n \geqq y$ が n によらずに成り立つとき，x と y の間の関係を調べなさい．ただし，x と y は正とする．

(4) $y=2\sin 2x$ を x 軸方向に $-\frac{\pi}{4}$ 平行移動し．y 座標を2倍にしたものなので

右のグラフになる



(5) 表が0回 $\cdots \left(\frac{1}{2}\right)^n$

表が1回 $\cdots \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\cdot {}_nC_1 = \dfrac{n}{2^n}$

表が2回以上 $\cdots 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n-\dfrac{n}{2^n}$

$$\therefore E_n = 0\cdot\left(\tfrac{1}{2}\right)^n + x\cdot\frac{n}{2^n} + y\cdot\left\{1-\left(\tfrac{1}{2}\right)^n-\frac{n}{2^n}\right\}$$

$$= \frac{nx}{2^n}+y-y\cdot\frac{n+1}{2^n}$$

$\therefore E_n \geqq y$ より． $nx \geqq (n+1)y \iff \dfrac{x}{y} \geqq \underbrace{1+\dfrac{1}{n}}_{\text{単調減少}}$

$n \geqq 2$ なので $\dfrac{x}{y} \geqq \dfrac{3}{2}$

$\therefore \underline{y \leqq \frac{2}{3}x \ (x,\ y>0)}$ //