



2016年 教育学部・農学部 第5問



5 $a > 0$ とし、座標平面上の点 $A(a, 0)$ から曲線 $C: y = \frac{1}{x}$ に引いた接線を l とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 接線 l の方程式を求めよ。
 (2) 曲線 C と接線 l 、および直線 $x = a$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

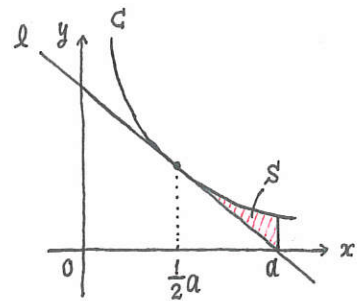
(1) $y' = -\frac{1}{x^2}$ より、接点を $(t, \frac{1}{t})$ とおくと、

$$l: y = -\frac{1}{t^2}(x-t) + \frac{1}{t} \quad \therefore l: y = -\frac{1}{t^2}x + \frac{2}{t} \text{ と表わされる}$$

$$\text{これが } A(a, 0) \text{ を通るから, } 0 = -\frac{1}{t^2} \cdot a + \frac{2}{t}$$

$$\text{よって, } t = \frac{1}{2}a$$

$$\therefore l: y = -\frac{4}{a^2}x + \frac{4}{a}$$



$$(2) S = \int_{\frac{1}{2}a}^a \frac{1}{x} - \left(-\frac{4}{a^2}x + \frac{4}{a}\right) dx$$

$$= \left[\log|x| + \frac{2}{a^2}x^2 - \frac{4}{a}x \right]_{\frac{1}{2}a}^a$$

$$= \log a + 2 - 4 - \left(\log \frac{a}{2} + \frac{1}{2} - 2 \right)$$

$$= \log 2 - \frac{1}{2}$$