滋賀大学

2014年 文系 第2問

2 2つの数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ を以下のように定める．

$$a_1 = a,\ a_{2n} = a_{2n-1} + d,\ a_{2n+1} = ra_{2n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$
$$b_1 = a,\ b_{2n} = rb_{2n-1},\ b_{2n+1} = b_{2n} + d \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

ただし，$a \neq 0$，$r \neq 0$，$r \neq 1$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $a = 3$，$d = 1$，$r = 2$ のとき，b_9 を求めよ．

(2) 数学的帰納法を用いて，すべての自然数 n に対して次が成り立つことを示せ．

$$a_{2n} = ar^{n-1} + \frac{d(r^n - 1)}{r - 1}$$

(3) すべての自然数 n に対して $b_{2n+1} - a_{2n} = \dfrac{2}{5}ar^n$ が成り立つとき，r の値を求めよ．