



2013年文系第4問

4 $\triangle O_1A_1B_1$ において辺 A_1B_1 , B_1O_1 , O_1A_1 の中点をそれぞれ O_2 , A_2 , B_2 とする. 次に, $\triangle O_2A_2B_2$ において辺 A_2B_2 , B_2O_2 , O_2A_2 の中点をそれぞれ O_3 , A_3 , B_3 とする. これをくり返して, $\triangle O_nA_nB_n$ において辺 A_nB_n , B_nO_n , O_nA_n の中点をそれぞれ O_{n+1} , A_{n+1} , B_{n+1} とする. ただし, $n = 1, 2, 3, \dots$ である. また, $\overrightarrow{O_1A_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{O_1B_1} = \vec{b}$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = \sqrt{6}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{3}{2}$ である. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\triangle O_1A_1B_1$ の重心を G とするとき, $|\overrightarrow{GO_1}|$, $|\overrightarrow{GA_1}|$, $|\overrightarrow{GB_1}|$ の値を求めよ.
- (2) $\triangle O_nA_nB_n$ の重心が G であることを, 数学的帰納法を用いて証明せよ.
- (3) $\triangle O_nA_nB_n$ が G を中心とする半径 10^{-4} の円の内部に含まれる最小の n の値を求めよ. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.