

2011年理系第4問

4 次の問いに答えよ。

(1) 自然数  $n$  に対して,  $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$  とする. このとき数学的帰納法により,

$$s_n = \frac{2^{n+1} - n - 2}{2^n}$$

であることを示せ.

(2)  $a_1 = 0, a_2 = 1$  とし, 自然数  $n$  に対して,  $a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = n + 1$  を満たす数列  $\{a_n\}$  について以下の問いに答えよ.

(i)  $b_n = a_{n+1} - a_n$  とするとき, 数列  $\{b_n\}$  が満たす漸化式を求めよ.

(ii)  $b_n$  を (1) で与えた  $s_n$  を用いて表せ.

(iii) 数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を求めよ.