滋賀大学

2014年 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 次のようなゲームを行い，A，B，Cの3人の中から1人の勝者を決める．赤玉3個，白玉5個，黒玉7個が入った袋から4個の玉を同時に取り出し，最も多く取り出された玉が赤玉ならばA，白玉ならばB，黒玉ならばCの勝ちとする．ただし，赤玉と白玉が2個ずつ，あるいは赤玉と黒玉が2個ずつ取り出されたときはAの勝ち，白玉と黒玉が2個ずつ取り出されたときはBの勝ちとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 取り出された4個の玉が，赤玉1個，白玉1個，黒玉2個である確率を求めよ．

(2) このゲームを1回行ったとき，A，B，Cが勝つ確率 p_A，p_B，p_C をそれぞれ求めよ．

(3) このゲームを6回繰り返し行ったとき，Aが1回，Bが2回，Cが3回勝つ確率を p_A，p_B，p_C を用いて表せ．

(1) $\dfrac{{}_3C_1 \times {}_5C_1 \times {}_7C_2}{{}_{15}C_4} = \underline{\dfrac{3}{13}}$ //

(2) ・赤玉を3個とり出してAが勝つとき．

$$\frac{{}_3C_3 \times {}_{12}C_1}{{}_{15}C_4} = \frac{4}{455}$$

・赤玉を2個とり出してAが勝つとき

$$\frac{{}_3C_2 \times {}_{12}C_2}{{}_{15}C_4} = \frac{66}{455}$$

以上より $P_A = \dfrac{4+66}{455} = \underline{\dfrac{2}{13}}$ //

Cが勝つのは，黒玉3個と4個と(1)の場合なので

$$P_C = \frac{{}_7C_3 \times {}_8C_1}{{}_{15}C_4} + \frac{{}_7C_4}{{}_{15}C_4} + \frac{3}{13} = \frac{18}{39} = \underline{\frac{6}{13}}$$ //

∴余事象より．$P_B = 1 - \dfrac{2}{13} - \dfrac{6}{13} = \underline{\dfrac{5}{13}}$ //

(3) $P_A^1 \cdot P_B^2 \cdot P_C^3 \cdot \dfrac{6!}{2!3!} = \underline{60 P_A \cdot P_B^2 P_C^3}$ //