0001922727708999

奈良県立医科大学

2014年 医学部 第7問

数理 石井K

$\boxed{7}$ $x^3=1$ の解のうち1でないものの1つを ω とし，$y=(x_1+\omega x_2+\omega^2 x_3)^3$ を考える．x_1，x_2，x_3 に1から3までの自然数を重複を許さないように代入するとき y が取り得る値は何通りあるか．

(i) $x_1=1$，$x_2=2$，$x_3=3$ のとき

$y=(1+2\omega+3\omega^2)^3$

$=(-\omega-2)^3$

$=-(\omega+2)^3$

$=-6\omega-3$

(ii) $x_1=1$，$x_2=3$，$x_3=2$ のとき

$y=(1+3\omega+2\omega^2)^3$

$=(\omega-1)^3$

$=6\omega+3$

(iii) $x_1=2$，$x_2=1$，$x_3=3$ のとき

$y=(2+\omega+3\omega^2)^3$

$=-(2\omega+1)^3$

$=-8-12\omega^2-6\omega-1$

$=6\omega+3$

(iv) $x_1=2$，$x_2=3$，$x_3=1$ のとき

$y=(2+3\omega+\omega^2)^3$

$=(2\omega+1)^3$

$=-6\omega-3$

(v) $x_1=3$，$x_2=1$，$x_3=2$ のとき

$y=(3+\omega+2\omega^2)^3=(-\omega+1)^3=-6\omega-3$

(vi) $x_1=3$，$x_2=2$，$x_3=1$ のとき

$y=(3+2\omega+\omega^2)^3$

$=(2+\omega)^3=6\omega+3$

$\omega^3-1=0$ より

$(\omega-1)(\omega^2+\omega+1)=0$

$\omega\neq1$ より，$\omega^2+\omega+1=0$

$3\omega^2=-3\omega-3$

$\omega^3+3\cdot2\omega^2+12\omega+8$

$=9+6(-\omega-1)+12\omega$

$=6\omega+3$

$-2\omega-2+3\omega+1$

$\cancel{\omega^3}-3\omega^2+3\omega\cancel{-1}$

$-3(-\omega-1)+3\omega$

$-2\omega-1$

$4\omega^2\cdot3$

$-9-12(-\omega-1)-6\omega$

$6\omega+3$

$2+\omega^2$

$-\omega+1$

$2+\omega$

$3\omega^2-3\omega$

$8+12\omega+6\omega^2+1$ $-3\omega-3$

$9+6\omega-6$

2通り