



2014年 教育学部 (数学・技術) 第3問



3 曲線  $y = \log x$  上の点  $P(1, 0)$  における接線と  $y$  軸の交点を  $Q$  とする.  $Q$  を通り  $x$  軸に平行な直線と曲線  $y = \log x$  の交点を  $R$  とする. ここで, 対数は自然対数である. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 点  $R$  の座標を求めよ.

(2) 線分  $PR$  と曲線  $y = \log x$  で囲まれた図形を  $x$  軸の周りに 1 回転してできる立体の体積  $V$  を求めよ.

$$(1) y' = \frac{1}{x} \text{ より, 接線は } y = x - 1 \quad \therefore Q(0, -1)$$

$$\text{点 } R \text{ は } y = \log x \text{ と } y = -1 \text{ の交点, である. } \underline{R\left(\frac{1}{e}, -1\right)}$$

$$(2) PR: y = \frac{1}{1 - \frac{1}{e}} (x - 1)$$

$$\therefore y = \frac{e}{e-1} x - \frac{e}{e-1}$$

$$\therefore V = \pi \cdot 1^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{e}\right) \times \frac{1}{3} \quad \leftarrow (\text{円錐})$$

$$- \int_{\frac{1}{e}}^1 \pi (\log x)^2 dx$$

$$= \frac{(1 - \frac{1}{e})\pi}{3} - \pi \int_{\frac{1}{e}}^1 (x)' (\log x)^2 dx$$

$$= \frac{(e-1)\pi}{3e} - \pi \left[ x (\log x)^2 \right]_{\frac{1}{e}}^1 + \pi \int_{\frac{1}{e}}^1 2 \log x dx$$

$$= \frac{(e-1)\pi}{3e} + \pi \cdot \frac{1}{e} + 2\pi \left[ x \log x \right]_{\frac{1}{e}}^1 - 2\pi \int_{\frac{1}{e}}^1 dx$$

$$= \frac{(e-1)\pi + 3\pi}{3e} + 2\pi \cdot \frac{1}{e} - 2\pi \left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

$$= \frac{e\pi - \pi + 3\pi + 6\pi - 6e\pi + 6\pi}{3e}$$

$$= \frac{(14 - 5e)\pi}{3e}$$

〃

