

2012年薬学部(B日程)第2問

2 x の方程式について次の問いに答えよ。

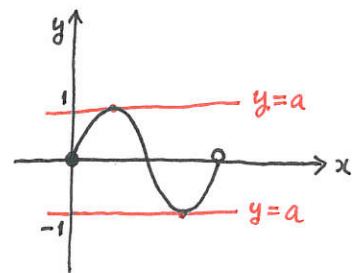
- (1) x の方程式 $\frac{1}{2}x^2 + bx + 1 = 0$ が解を1個だけ持つ条件を求めよ。
 (2) x の方程式 $\sin x = a$ ($0 \leq x < 2\pi$) が解を1個だけ持つ条件を求めよ。
 (3) x の方程式 $\frac{1}{2}\sin^2 x + b\sin x + 1 = 0$ ($0 \leq x < 2\pi$) が解を1個だけ持つ条件を求めよ。

(1) 重解をもつので判別式を Δ とすると。

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 0 \quad \therefore b^2 = 2 \quad \therefore \underline{b = \pm\sqrt{2}} //$$

(2) 右のグラフより。

$$\underline{a = \pm 1} //$$

(3) $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$) とおくと。

$$\frac{1}{2}t^2 + bt + 1 = 0 \quad \therefore (1) \text{より } b$$

(2)より、これが重解をもつとすると、 $t = \pm 1$ のとき。(i) $t = 1$ で重解をもつとき。

$$\frac{1}{2} + b + 1 = 0 \quad \therefore b = -\frac{3}{2}$$

$$\text{逆にこのとき、} \quad \frac{1}{2}\sin^2 x - \frac{3}{2}\sin x + 1 = 0$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}\sin x - 1\right)(\sin x - 1) = 0 \quad \therefore \sin x = 1 \text{ となり。}$$

解は1つ。

(ii) $t = -1$ で重解をもつとき。

$$\frac{1}{2} - b + 1 = 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}$$

$$\text{逆にこのとき、} \quad \left(\frac{1}{2}\sin x + 1\right)(\sin x + 1) = 0 \quad \therefore \sin x = -1 \text{ となり。}$$

解は1つ。

(i), (ii)より、求める条件は、 $\underline{b = \pm\frac{3}{2}} //$