

2015年商・国際文化 第2問


 数理
石井K

2 以下の問に答えよ。

(1) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ とする. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, $\sin \beta = \frac{4}{5}$ のとき,

$$\sin(\alpha - \beta) = -\frac{\overset{8}{\square\text{ケ}} + \overset{3}{\square\text{コ}}\sqrt{\overset{5}{\square\text{サ}}}}{15}, \quad \cos(\alpha + \beta) = -\frac{\overset{6}{\square\text{シ}} + \overset{4}{\square\text{ス}}\sqrt{\overset{5}{\square\text{セ}}}}{15}$$

である.

(2) $0 \leq \theta \leq \pi$ とするとき, 関数

$$f(\theta) = \sin \theta + \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right)$$

 の最大値は $\square\text{ソ}$, 最小値は $\square\text{タ}$ $\sqrt{\square\text{チ}}$ である.
2 - 3
(1) $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ を用いると, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ より $\sin \alpha > 0$, $\cos \beta < 0$ であるから

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}, \quad \cos \beta = -\frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{3\sqrt{5} + 8}{15} //$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{6 + 4\sqrt{5}}{15} //$$

$$(2) f(\theta) = \sin \theta + \sin \theta \cdot \frac{1}{2} + \cos \theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin \theta \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \cos \theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$$

$$= 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$0 \leq \theta \leq \pi \text{ より, } \frac{\pi}{3} \leq \theta + \frac{\pi}{3} \leq \frac{4}{3}\pi$$

 \therefore 最大値は 2 ($\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき), 最小値は $-\sqrt{3}$ ($\theta = \pi$ のとき) //
