

2016年1期2日目第1問


 数理  
石井K

1 次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

(1) 全体集合  $U$  と、その部分集合  $A, B$  について  $n(U) = 140$ ,  $n(A) = 80$ ,  $n(B) = 70$ ,  $n(A \cap B) = 20$  のとき、次の個数を求めよ。

(i)  $n(A \cup \overline{B}) = \boxed{1}$  <sup>90</sup> である。

(ii)  $n(\overline{A} \cap \overline{B}) = \boxed{2}$  である。

(2)  $\sqrt{630n}$  が自然数になるような最小の自然数  $n$  は  $n = \boxed{3}$  <sup>70</sup> である。

(3)  $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$  の整数部分を  $a$ , 小数部分を  $b$  とする。

このとき、 $a = \boxed{4}$  <sup>11</sup>,  $b = \sqrt{\boxed{5}}$  <sup>35</sup>  $- \boxed{6}$  <sup>5</sup> である。

また、 $\frac{10a}{b} = \boxed{7}$  <sup>11</sup>  $\sqrt{\boxed{8}}$  <sup>35</sup>  $+ \boxed{9}$  <sup>55</sup> である。

$$\begin{aligned} (1) (i) \quad n(A \cup \overline{B}) &= n(U) - n(\overline{A \cap B}) \\ &= n(U) - n(\overline{A \cap B}) \\ &= n(U) - \{n(B) - n(A \cap B)\} \\ &= 140 - (70 - 20) \\ &= \underline{90} \text{ " } \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad n(\overline{A} \cap \overline{B}) &= n(U) - n(\overline{\overline{A \cap B}}) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= n(U) - \{n(A) + n(B) - n(A \cap B)\} \\ &= 140 - (80 + 70 - 20) \\ &= \underline{10} \text{ " } \end{aligned}$$

$$(2) \quad 630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \text{ より } \sqrt{630n} = 3\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 7n}$$

$$\therefore \underline{n = 70} \text{ "}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} &= \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} \\ &= \frac{7 + 5 + 2\sqrt{35}}{2} \end{aligned}$$

$$= 6 + \sqrt{35}$$

$$\text{ここで、} \sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{36} \text{ より}$$

$$5 < \sqrt{35} < 6$$

$$\text{よって、} \underline{a = 11, b = 6 + \sqrt{35} - a} \\ \text{"} = \underline{\sqrt{35} - 5} \text{"}$$

$$\begin{aligned} \frac{10a}{b} &= 110 \cdot \frac{1}{\sqrt{35} - 5} \\ &= 110 \cdot \frac{\sqrt{35} + 5}{(\sqrt{35} - 5)(\sqrt{35} + 5)} \end{aligned}$$

$$= 110 \cdot \frac{\sqrt{35} + 5}{10}$$

$$= \underline{11\sqrt{35} + 55} \text{ "}$$