

2015年商・国際文化第4問


 数理
石井K

4 平行四辺形 ABCD において、辺 AB を 2:1 に内分する点を E、辺 AD を 3:2 に内分する点を F、辺 AD の中点を G とする。直線 BG と直線 EF の交点を P とすると、

$$\vec{AP} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}{4} \vec{AB} + \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}{8} \vec{AD}$$

である。

また、直線 AP と直線 DC の交点を Q とすると、

$$DQ : QC = \frac{\boxed{\text{フ}}}{2} : \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{1}$$

である。

$$EP : PF = s : (1-s), \quad BP : PG = t : (1-t) \quad (0 < s < 1, 0 < t < 1) \text{ とおくと、}$$

$$\begin{aligned} \vec{AP} &= (1-s)\vec{AE} + s\vec{AF} \\ &= (1-s) \cdot \frac{2}{3}\vec{AB} + s \cdot \frac{3}{5}\vec{AD} \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{また、} \vec{AP} &= (1-t)\vec{AB} + t\vec{AG} \\ &= (1-t)\vec{AB} + t \cdot \frac{1}{2}\vec{AD} \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

①、② と \vec{AB} と \vec{AD} が平行でないことから、係数を比較して、

$$\begin{cases} \frac{2}{3}(1-s) = 1-t \\ \frac{3}{5}s = \frac{1}{2}t \end{cases}$$

$$\therefore s = \frac{5}{8} \quad \therefore \textcircled{1} \text{ より } \vec{AP} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{8}\vec{AD} //$$

$$\vec{AQ} = k\vec{AB} + \vec{AD} \text{ とおくと、}$$

3点 A, P, Q は同一直線上の点より、 $\vec{AQ} = x\vec{AP}$ となる実数 x が存在する

$$\therefore k\vec{AB} + \vec{AD} = \frac{1}{4}x\vec{AB} + \frac{3}{8}x\vec{AD}$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}, \quad k = \frac{2}{3} \quad \therefore DQ : QC = \underline{\underline{2 : 1}} //$$

