2015年 神学・経済 第5問

$\boxed{5}$ 集合 X_k は次のように定義される．

$$X_k = \left\{ \frac{1}{x} \;\middle|\; x \text{ は } k \text{ 桁の自然数で，} x \text{ の全ての位に } 1 \text{ を含まない.} \right\}$$

また，$n(X_k)$ は X_k の要素の個数，$s(X_k)$ は X_k の全ての要素の和とする．たとえば，$n(X_1) = 8$，$s(X_1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{9}$ である．以下の問に答えよ．

(1) $n(X_3)$ を求めよ．

(2) $s(X_1) < 4$ を証明せよ．

(3) $s(X_2) < \frac{18}{5}$ を証明せよ．

(4) $s(X_1) + s(X_2) + s(X_3) < \frac{271}{25}$ を証明せよ．