

2014年人間科学第5問

5  $a > 0$ とする. 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = (x-1)(x^2 - 2x - 3ax + 2a + 2a^2)$$

とし,  $y = f(x)$  で表される曲線を  $C$  とする.  $C$  は  $x$  軸と3つの異なる交点を持ち, その中の1つを点  $P(1, 0)$  とし, 残り2つを  $x$  座標の小さい方から点  $A$  と点  $B$  とする. 点  $P$  が点  $A$  と点  $B$  の間にあるとき, 以下の問に答えよ.

- (1) 点  $P$  における  $C$  の接線  $l$  の方程式を  $a$  を用いて表せ.
- (2)  $a$  の範囲を求めよ. また, 点  $A$  と点  $B$  の座標を  $a$  を用いて表せ.
- (3) 点  $A$  と点  $P$  を通る放物線  $D$  を  $y = g(x)$  とする.  $D$  の点  $P$  における接線が(1)で求めた  $l$  と一致するとき,  $g(x)$  を  $a$  を用いて表せ. さらに, 定積分

$$I = \int_0^1 g(x) dx$$

の値を  $a$  を用いて表せ.