

2014年神学・経済第3問



3 整式 $P(x)$ を $x^2 + 2x + 1$ で割った余りが $2x - 4$ で、 $x^2 - 3x + 2$ で割った余りが $2x + 2$ であるとする。以下の問に答えよ。

- (1) $P(x)$ を $x^2 - 1$ で割ると、余りは、 $\overset{5}{\square}$ $x - \overset{1}{\square}$ となる。
 (2) $P(x)$ を $x^2 - x - 2$ で割ると、余りは、 $\overset{4}{\square}$ $x - \overset{2}{\square}$ となる。
 (3) $P(x)$ を $x^3 + x^2 - x - 1$ で割ると、余りは、 $\overset{4}{\square} \overset{3}{\square} \overset{2}{\square} \overset{5}{\square}$ $x^2 + \overset{3}{\square} x - \overset{2}{\square}$ となる。

$$(1) P(x) = (x+1)^2 Q(x) + 2x - 4 \cdots \textcircled{1}$$

$$P(x) = (x-1)(x-2) R(x) + 2x + 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$P(x) = (x+1)(x-1) S(x) + ax + b \cdots \textcircled{3} \text{ と表せる。 (余りを } ax + b \text{ とした)}$$

$$\textcircled{1} \text{ より。 } P(-1) = -6 \quad \textcircled{3} \text{ より。 } P(-1) = -a + b \quad \therefore -a + b = -6 \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2} \text{ より。 } P(1) = 4 \quad \textcircled{3} \text{ より。 } P(1) = a + b \quad \therefore a + b = 4 \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ より。 } a = 5, b = -1 \quad \therefore \underline{\text{余りは } 5x - 1}$$

$$(2) P(x) = (x-2)(x+1) T(x) + cx + d \cdots \textcircled{6} \text{ と表せる (余りを } cx + d \text{ とした)}$$

$$\textcircled{1} \text{ より。 } P(-1) = -6 \quad \textcircled{6} \text{ より。 } P(-1) = -c + d \quad \therefore -c + d = -6 \cdots \textcircled{7}$$

$$\textcircled{2} \text{ より。 } P(2) = 6 \quad \textcircled{6} \text{ より。 } P(2) = 2c + d \quad \therefore 2c + d = 6 \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{ より。 } c = 4, d = -2 \quad \therefore \underline{\text{余りは } 4x - 2}$$

$$(3) x^3 + x^2 - x - 1 = x^2(x+1) - (x+1) \\ = (x-1)(x+1)^2$$

$$\therefore P(x) = (x-1)(x+1)^2 U(x) + px^2 + qx + r \cdots \textcircled{9} \text{ と表せる (余りを } px^2 + qx + r \text{ とした)}$$

$$(1) \text{ の結果より。 } P(x) \text{ を } (x-1)(x+1) \text{ で割ると、余りは } 5x - 1$$

$$\text{よって。 } px^2 + qx + r \text{ を } (x-1)(x+1) \text{ で割ると、余りは } 5x - 1$$

$$px^2 + qx + r = p(x^2 - 1) + qx + p + r \text{ であるから。 } q = 5, p + r = -1 \cdots \textcircled{10}$$

$$\text{また } \textcircled{1} \text{ より。 } P(x) \text{ を } (x+1)^2 \text{ で割ると、余りは } 2x - 4$$

$$\text{よって。 } px^2 + qx + r \text{ を } (x+1)^2 \text{ で割ると、余りは } 2x - 4$$

$$px^2 + qx + r = p(x+1)^2 + (q-2p)x + r - p \text{ より。 } q - 2p = 2, r - p = -4 \cdots \textcircled{11}$$

$$\rightarrow \textcircled{10}, \textcircled{11} \text{ より。} \\ \underline{p = \frac{3}{2}, q = 5, r = -\frac{5}{2}}$$