埼玉大学

2013年 教育・経済学部 第2問

2 すべての項が整数である数列を整数列と呼ぶ.

(1) 整数列 $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$ を次で定める.

$$(5+2\sqrt{6})^n = \alpha_n + \sqrt{6}\beta_n \quad n=1,\ 2,\ \cdots$$

(i) 数列 $\gamma_n = \alpha_n - \sqrt{6}\beta_n$ は等比数列になることを示し，その一般項を求めよ.

(ii) 一般項 α_n, β_n を求めよ.

(2) 整数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$, $\{d_n\}$ を次で定める.

$$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^n = a_n + \sqrt{2}b_n + \sqrt{3}c_n + \sqrt{6}d_n \quad n=1,\ 2,\ \cdots$$

(i) a_3, b_3, c_3, d_3 をそれぞれ求めよ.

(ii) 一般項 a_n, b_n, c_n, d_n を先の α_n, β_n を用いて表せ.