

2015年医学部第4問

4 次の問いに答えよ。

(1) 次の不定積分を求めよ。

① $\int t \sin t \, dt$

② $\int t^2 \cos t \, dt$

座標平面の原点を O とする. 点 $A(0, 1)$ を中心とし半径 1 の円 C 上の $x \geq 0$ の範囲にある点 $P(x_p, y_p)$ に対して, 線分 OP と x 軸の正の部分とのなす角を θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) とする. また, P における C の接線上に点 $Q(x_q, y_q)$ を次の条件をみたすようにとる.

- $y_q \leq y_p$
- 線分 PQ の長さは, C 上の弧 OP (ただし弧全体が $x \geq 0$ に存在する方) の長さに等しい
- P の座標が $(0, 2)$ のときは $x_q = \pi$ となるように Q をとる
- P が O と一致する場合は Q も O とし, $\theta = 0$ とする

(2) P の座標を θ を用いて表せ.(3) Q の座標を θ を用いて表せ.(4) P が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, y_q の最大値と最小値を求めよ.(5) P が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, Q の描く曲線と y 軸および直線 $y = 2$ で囲まれる部分の面積を求めよ.