

2014年医学部第1問

1 三角形 ABC に内接する半径  $R$  の円がある。内接円と辺 BC, CA, AB との接点をそれぞれ D, E, F とする。また  $\alpha = \angle A$ ,  $\beta = \angle B$ ,  $\gamma = \angle C$  とする。三角形 ABC の面積を  $S_1$ , 三角形 DEF の面積を  $S_2$  とする。

(1)  $S_1$  を  $R$ ,  $\tan \frac{\alpha}{2}$ ,  $\tan \frac{\beta}{2}$ ,  $\tan \frac{\gamma}{2}$  を用いて表せ。

(2)  $S_2$  を  $R$ ,  $\cos \frac{\alpha}{2}$ ,  $\cos \frac{\beta}{2}$ ,  $\cos \frac{\gamma}{2}$  を用いて表せ。

以後  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  とする。

(3)  $\frac{S_2}{S_1}$  を  $\sin \alpha$  と  $\cos \alpha$  を用いて表せ。

(4)  $\frac{S_2}{S_1}$  の最大値を求めよ。