

2013年医学部第4問

4 関数  $f(x) = x \cos x - \sin x$  を区間  $I: \pi \leq x \leq 3\pi$  で考える.

(1) 不定積分  $\int f(x) dx$  を求めよ.

(2) 区間  $I$  における関数  $f(x)$  の最大値と最小値を求めよ. 区間  $I$  において  $f(x) = 0$  をみたす2点を  $x = s, t$  とする. ただし  $s < t$  とする.

(3)  $s$  と  $t$  は, それぞれ次の4つの区間

$$\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi, \quad \frac{3}{2}\pi \leq x \leq 2\pi,$$

$$2\pi \leq x \leq \frac{5}{2}\pi, \quad \frac{5}{2}\pi \leq x \leq 3\pi$$

のどれに入るか.

(4)  $x$  軸の  $4\pi - t \leq x \leq 2\pi$  の部分, 直線  $x = 4\pi - t$ , 直線  $x = 2\pi$  および  $y = f(x)$  で囲まれた図形の面積を  $S$  とする. また,  $x$  軸の  $2\pi \leq x \leq t$  の部分,  $x = 2\pi$  および  $y = f(x)$  で囲まれた図形の面積を  $T$  とする. このとき  $S$  と  $T$  の大小を比較せよ.