

2015年薬学部第3問



3 xy 平面上の点 P が原点 $O(0, 0)$ から次の規則に従って動くとする。表、裏がでる確率が等しい硬貨を2枚投げて、表が2枚でたら右に1移動し、裏が2枚でたら上に1移動し、表1枚裏1枚でたら右に1移動し、さらに上に1移動する。以下、この試行を繰り返す。従って、最初表1枚裏1枚でたら点 P の座標は $(1, 1)$ で、次に表2枚でたら点 P の座標は $(2, 1)$ である。このとき、次の間に答えなさい。

(1) この試行を3回繰り返したとき、点 P の座標が $(3, 3)$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ $\frac{1}{8}$ である。

(2) この試行を4回繰り返したとき、点 P の座標が $(3, 3)$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ $\frac{3}{16}$ である。

(3) この試行を5回繰り返したとき、点 P の座標が $(3, 3)$ である確率は $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケコ}}}$ $\frac{15}{256}$ である。また、そのうち点

P が点 $(1, 1)$ を通って座標が $(3, 3)$ である確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シスセ}}}$ $\frac{9}{256}$ である。

(4) この試行を7回繰り返したとき、点 P が $(3, 3)$ を通るか、 $(3, 3)$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテトナ}}}$ $\frac{385}{1024}$ である。

(1) 表が2枚出る事象を A 、裏が2枚出る事象を B 、表1枚裏1枚出る事象を C とする。

$$P(3, 3) \text{ となるとき, } A+B+2C=6 \cdots \textcircled{1} \quad \text{また, } A+B+C=3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } A=B=0, C=3$$

$$P(A)=P(B)=\frac{1}{4}, P(C)=\frac{1}{2} \quad \therefore P(3, 3) \text{ となる確率は, } \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} //$$

(2) $A+B+2C=6 \cdots \textcircled{3}$, $A+B+C=4 \cdots \textcircled{4}$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より, } A=B=1, C=2 \quad \therefore \left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{4!}{2!} = \frac{3}{16} //$$

(3) $A+B+2C=6 \cdots \textcircled{5}$, $A+B+C=5 \cdots \textcircled{6}$

$$\textcircled{5}, \textcircled{6} \text{ より, } A=B=2, C=1 \quad \therefore \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \frac{5!}{2!2!} = \frac{15}{256} //$$

(1, 1) を通って $(3, 3)$ となるのは、 $C\{A, A, B, B\}$, $\{A, B\}\{A, B, C\}$ (かっこ内は順列を表す)

$$\frac{4!}{2!2!} = 6 \text{ 通り} \quad 2 \times 3! = 12 \text{ 通り}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot (6+12) = \frac{9}{256} //$$

(4) 試行を6回繰り返したとき、 $P(3, 3)$ である確率を求めると。

$$A+B+2C=6 \cdots \textcircled{7}, A+B+C=6 \cdots \textcircled{8} \quad \textcircled{7}, \textcircled{8} \text{ より } A=B=3, C=0$$

$$\therefore \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \frac{6!}{3!3!} = \frac{5}{1024} \quad \text{また, 7回で } P(3, 3) \text{ となることはないので}$$

$$(1) \sim (3) \text{ より, } \frac{1}{8} + \frac{3}{16} + \frac{15}{256} + \frac{5}{1024} = \frac{385}{1024} //$$