



2015年理学部第2問

2  $xy$  平面上の点  $P$  の  $x$  座標および  $y$  座標がともに整数であるとき、 $P$  を格子点とよぶ。また、自然数  $n$  に対して、連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq n \\ 0 \leq y \leq n \end{cases}$$

の表す領域を  $R$  とする。 $R$  内の4つの格子点を頂点とする正方形の個数を  $q_n$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $xy$  平面上の2点  $A(a, 0)$ ,  $B(0, b)$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ) を結ぶ線分を1辺とする正方形  $ABCD$  を考える。点  $C$ ,  $D$  が第1象限に含まれるとき、 $C$ ,  $D$  の座標を求めよ。
- (2)  $k$  は自然数とする。4点  $(0, 0)$ ,  $(k, 0)$ ,  $(k, k)$ ,  $(0, k)$  を頂点とする正方形を  $E$  とする。 $E$  の辺上の格子点 ( $E$  の頂点を含む) を4つの頂点とする正方形の個数を求めよ。
- (3)  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  を求めよ。
- (4)  $q_n$  を求めよ。