



2010年第4問

4 放物線 $C: y = \frac{x^2}{2}$ を考える. $0 < a < \sqrt{2}$ を満たす定数 a に対して, 点 $\left(a^3, \frac{3a^2}{2} + 1\right)$ を P で表す.

- (1) 点 P と C 上の点 $\left(t, \frac{t^2}{2}\right)$ との距離が最小となる t を a を用いて表せ.
- (2) (1) で求めた t に対して, 点 $\left(t, \frac{t^2}{2}\right)$ を Q とおく. 点 Q における C の接線と, 直線 PQ は直交することを示せ.
- (3) 点 P と点 Q との距離が最大となるように a を定めよ.