



2011年理学部第2問

2 曲線 $C: (x-2)^2 + y^2 = 1$ と直線 $l: y = (\tan \theta)x$ を考える. ただし $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ とする. $f(\theta)$ を次の (ア), (イ), (ウ) のように定める.

(ア) C と l の共有点の個数が1のとき, $f(\theta)$ は共有点と原点の距離とする.

(イ) C と l の共有点の個数が2以上のとき, $f(\theta)$ は共有点と原点の距離のうち最も小さいものとする.

(ウ) C と l が共有点を持たないとき, $f(\theta) = 0$ とする.

さらに, C と l が共有点を持つ θ の最大値を α とする. 次の問いに答えよ.

(1) α を求めよ.

(2) C と l が共有点を持つとき, $f(\theta)$ を求めよ.

(3) 次の積分を計算せよ.

$$\int_0^{\alpha} \{f(\theta)\}^2 d\theta$$