



2014年 理学部 第1問

1 p を素数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $1 \leq r \leq p-1$ を満たす自然数 r に対し、 ${}_p C_r$ は p で割り切れることを示せ。ただし、 ${}_p C_r$ は p 個から r 個とる組合せの総数を表すものとする。
- (2) $1 \leq s \leq q-1$ を満たす自然数の組 (q, s) であって、 ${}_q C_s$ が q で割り切れないものを1組あげよ。
- (3) 自然数 m, n に対し、 $(m+n)^p - (m^p + n^p)$ が p で割り切れることを示せ。
- (4) 自然数 n に対し、 $n^p - n$ は p で割り切れることを、 n に関する数学的帰納法を用いて証明せよ。