

2013年 商学部 第3問

 数理
石井K

 3 関数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 25$ と直線 $l: x - y + 2 = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $A(1, f(1))$ と直線 l の距離を求めよ。
 (2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(x, y)$ と直線 l の距離 d を x を用いて表せ。
 (3) 曲線 $y = f(x)$ ($x \geq 0$) を C とする。点 P が C 上を動くとき、点 P と直線 l の距離の最小値を求めよ。

$$(1) f(1) = 2 - 3 - 11 + 25 = 13 \quad \therefore A(1, 13)$$

$$\text{点と直線の「ヨリ公式」より。} \quad d = \frac{|1 - 13 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{5\sqrt{2}}}$$

$$(2) y = f(x) \text{ より。} P(x, 2x^3 - 3x^2 - 11x + 25)$$

$$\therefore (1) \text{ と同様に、} \quad d = \frac{|x - 2x^3 + 3x^2 + 11x - 25 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|2x^3 - 3x^2 - 12x + 23|}{\sqrt{2}}$$

(3) (2) の答えの分子の絶対値の中身 g 。

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 23 \text{ とおく}$$

$$g'(x) = 6x^2 - 6x - 12 \\ = 6(x-2)(x+1)$$

x	0	...	2	...
$g'(x)$		-	0	+
$g(x)$	23	↓	3	↑

$\therefore x \geq 0$ より 増減表は右のようになる

$\therefore x \geq 0$ において $g(x)$ は極小値 3 ($x=2$) をとるので

$$\text{点 } P \text{ と } l \text{ の距離の最小値は } \underline{\underline{\frac{3\sqrt{2}}{2}}} \text{ (} x=2 \text{ のとき)}$$