

佐賀大学

2016年 医学部 第4問

4 複素数平面上の点 z に対して

$$w = \frac{3(1-i)z - 2i}{z + 3(1-i)}$$

で表される点 w をとる。このとき、次の間に答えよ。

(1) $w = z$ となるような点 z は2つある。これらを求めよ。

(2) (1) で求めた異なる2点を α, β とする。ただし、 $0 \leq \arg \alpha < \arg \beta < 2\pi$ とする。 z が α, β と異なる点であるとき、

$$\frac{w - \beta}{w - \alpha} = k \cdot \frac{z - \beta}{z - \alpha}$$

となるような定数 k の値を求めよ。

(3) 複素数 z_n を

$$z_1 = 0, \quad z_{n+1} = \frac{3(1-i)z_n - 2i}{z_n + 3(1-i)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。また、 z_n の実部と虚部をそれぞれ x_n, y_n とする。このとき、数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。さらに、数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ の極限を求めよ。