0001822907718999

2014年 医学部 第4問 1枚目/2枚.

数理 石井K

$\boxed{4}$ 連続関数 $f(x)$ に対して $v(x)=\int_0^x e^t f(x-t)\,dt$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) $f(x)=x$ のとき，$v(x)$ を求めよ．

(2) $v(x)+f(x)=\sin^4 x$ のとき，$v(x)$ を求めよ．

(3) $v(x)+f(x)=\sin^4 x$ のとき，$\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ を求めよ．

(1) $v(x)=\int_0^x e^t(x-t)\,dt$　$\therefore\ v(x)=x\int_0^x e^t dt-\int_0^x t(e^t)'\,dt$

$$=x\left[e^t\right]_0^x-\left[te^t\right]_0^x+\int_0^x e^t dt$$

$$=xe^x-x-xe^x+e^x-1$$

$$=\underline{e^x-x-1}\ //$$

(2) $u=x-t$ とおくと．

$$v(x)=\int_x^0 e^{x-u}f(u)\cdot(-du)$$

$$=e^x\int_0^x e^{-u}f(u)\,du$$

$$\therefore\ v'(x)=e^x\int_0^x e^{-u}f(u)\,du+e^x\cdot e^{-x}f(x)$$

$\therefore\ v'(x)=v(x)+f(x)$　$\therefore\ v'(x)=\sin^4 x$

$v(0)=0$ より．$v(x)=\int_0^x \sin^4 t\,dt$

$$=\int_0^x\left(\frac{1-\cos 2t}{2}\right)^2 dt$$

$$=\frac{1}{4}\int_0^x 1-2\cos 2t+\frac{1+\cos 4t}{2}\,dt$$

$$=\frac{1}{4}\left[t-\sin 2t+\frac{t}{2}+\frac{1}{8}\sin 4t\right]_0^x$$

$$=\frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}x-\sin 2x+\frac{1}{8}\sin 4x\right)$$

$$=\underline{\frac{1}{32}\sin 4x-\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{3}{8}x}\ //$$

0001822907718999

佐賀大学

2014年 医学部 第4問　　2枚目/2枚

数理 石井K

$\boxed{4}$ 連続関数 $f(x)$ に対して $v(x)=\int_0^x e^t f(x-t)\,dt$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) $f(x)=x$ のとき，$v(x)$ を求めよ．

(2) $v(x)+f(x)=\sin^4 x$ のとき，$v(x)$ を求めよ．

(3) $v(x)+f(x)=\sin^4 x$ のとき，$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ を求めよ．

(3) (2) より，$f(x)=\sin^4 x-\frac{1}{32}\sin 4x+\frac{1}{4}\sin 2x-\frac{3}{8}x$

$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ なので

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\Big(\underbrace{\frac{\sin x}{x}}_{\to 1}\cdot\underbrace{\sin^3 x}_{\to 0}-\frac{1}{8}\cdot\underbrace{\frac{\sin 4x}{4x}}_{\to 1}+\frac{1}{2}\cdot\underbrace{\frac{\sin 2x}{2x}}_{\to 1}-\frac{3}{8}\Big)$$

$$=-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{8}$$

$$=\underline{0}$$ //