



2015年 理学部 (数) 第4問

4  $i$  を虚数単位,  $r$  を1より大きい実数とし,  $w = r\left(\cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24}\right)$  とおく. また, 数列  $\{z_n\}$  を次の式で定める.

$$z_1 = w, \quad z_{n+1} = z_n w^{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $z_2$  を  $r$  を用いて表せ.
- (2)  $z_n$  の偏角の1つを  $n$  を用いて表せ.
- (3) 複素数平面で原点を  $O$ ,  $z_n$  で表される点を  $P_n$  とする.  $7 \leq n \leq 48$  のとき,  $\triangle P_n O P_{n+1}$  が  $\angle O = \frac{\pi}{3}$  を満たす直角三角形となるような  $n$  と  $r$  をそれぞれ求めよ. また, そのときの  $z_n$  の偏角  $\theta$  を  $0 \leq \theta < 2\pi$  の範囲で求めよ.