0001345904568999

琉球大学

2013年 文系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ t を $0 \leqq t < 2$ をみたす定数とする．放物線 $y = (x-2)^2$ 上の点 $(t,\ (t-2)^2)$ における接線を ℓ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 接線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) 直線 ℓ と x 軸の交点を求めよ．

(3) 直線 ℓ と x 軸，y 軸によって囲まれる部分の面積を $S(t)$ とする．$0 \leqq t < 2$ において $S(t)$ が最大となるときの t の値と $S(t)$ の値を求めよ．

(1) $y' = 2(x-2)$ より，$\ell: y = 2(t-2)(x-t) + (t-2)^2$

$\therefore$ $\underline{\ell: y = 2(t-2)x - t^2 + 4}$ //

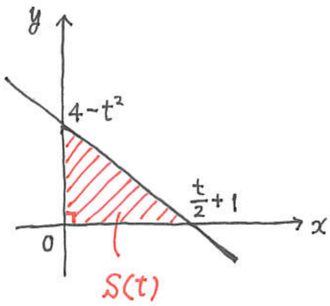
(2) ℓ の式に $y=0$ を代入して，

$0 = 2(t-2)x - t^2 + 4$

$\therefore (t-2)(2x-t-2) = 0$

$0 \leqq t < 2$ より，$x = \dfrac{t+2}{2}$　　$\therefore$ $\underline{交点は\left(\dfrac{t}{2}+1,\ 0\right)}$ //

(3) y 軸との交点は $(0,\ 4-t^2)$



$\dfrac{t}{2}+1 > 0$，$4-t^2 > 0$ より 右のようになる．

$\therefore S(t) = \dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{t}{2}+1\right)(4-t^2)$

$= -\dfrac{1}{4}t^3 - \dfrac{1}{2}t^2 + t + 2$

$\therefore S'(t) = -\dfrac{3}{4}t^2 - t + 1$

$= -\dfrac{1}{4}(3t-2)(t+2)$

$\therefore S'(t) = 0$ となるのは，$0 \leqq t < 2$ より，$t = \dfrac{2}{3}$ のとき

よって，増減表は右のようになる．

t	0	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$	(2)
$S'(t)$		$+$	0	$-$	
$S(t)$		$\nearrow$	$\frac{64}{27}$	$\searrow$	

$S\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{32}{9} = \dfrac{64}{27}$

$\therefore$ $\underline{t = \dfrac{2}{3}\ のとき，最大値\ \dfrac{64}{27}}$ //