

東京都市大学

2014年メディア情報，都市生活 第1問

1 次の を埋めよ。ただし，解答用紙には計算過程も示せ。

- (1) a, b を定数とする。等式 $\frac{3x-2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$ が x についての恒等式となるように a, b の値を定めると， $a = \text{ア}$ ， $b = \text{イ}$ となる。
- (2) さいころを2回投げ，各回に出た目をそれぞれ a, b とするとき， $\frac{a+bi}{1+3i}$ が実数になる確率は ウ である。ただし， i は虚数単位とする。
- (3) a を $a \geq 0$ を満たす定数とする。2次関数 $y = 3(x-a)^2 + a^2 - 3a - 4$ ($-1 \leq x \leq 1$) の最大値を a の式で表すと エ となる。また，最小値を a の式で表すと， $0 \leq a < 1$ のとき オ ， $a \geq 1$ のとき カ となる。
- (4) 直方体 OADB-CEGF において，辺 OC の中点を P，辺 AE を 5:1 に内分する点を Q，辺 BF を 7:1 に内分する点を R とし， $\vec{OA} = \vec{a}$ ， $\vec{OB} = \vec{b}$ ， $\vec{OC} = \vec{c}$ とすると， \vec{OQ} と \vec{OR} はそれぞれ \vec{a} ， \vec{b} ， \vec{c} を用いて $\vec{OQ} = \text{キ}$ ， $\vec{OR} = \text{ク}$ と表される。点 P, Q, R を通る平面と辺 EG，辺 FG との交点をそれぞれ S, T とすると， \vec{OS} と \vec{OT} はそれぞれ \vec{a} ， \vec{b} ， \vec{c} を用いて $\vec{OS} = \text{ケ}$ ， $\vec{OT} = \text{コ}$ と表される。したがって，点 S は辺 EG を 1: サ に内分し，点 T は辺 FG を 1: シ に内分する。
- (5) 数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ ， $\{c_n\}$ の一般項がそれぞれ $a_n = \sin \frac{n\pi}{6}$ ， $b_n = \cos \frac{n\pi}{6}$ ， $c_n = \sin \frac{n\pi}{6} + \cos \frac{n\pi}{6}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で表されるとき， $a_{37} + a_{43} = \text{ス}$ ， $b_{191} = \text{セ}$ ， $c_{436} + c_{439} = \text{ソ}$ である。
- (6) 方程式 $4^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 4$ がある。 $a = 2^x$ ($a > 0$) とすると，この方程式は x を使わずに a を用いて タ と表すことができる。したがって，この方程式の解は $x = \text{チ}$ である。
- (7) $f(x) = x^3 - 3x + 2$ ， $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ ， $h(x) = 3x^2 - 6x + 3$ とし，関数 $f(x)$ ， $g(x)$ ， $h(x)$ の導関数をそれぞれ $f'(x)$ ， $g'(x)$ ， $h'(x)$ とする。 $f(x) > g(x)$ が成り立つ x の範囲は ツ であり， $f(x) > h(x)$ が成り立つ x の範囲は テ である。また， $f'(x) > g'(x)$ が成り立つ x の範囲は ト であり， $f'(x) > h'(x)$ が成り立つための条件は ナ である。
- (8) 1 から 9 までの番号をつけた 9 枚のカードから，同時に 2 枚を取り出すとき，取り出したカードの番号が 1 と 2 である確率は ニ であり，連続した 2 つの数字である確率は ヌ である。また，同時に 3 枚を取り出し，番号の小さい順に並べたとき，その番号が連続した 3 つの数字である確率は ネ であり，3 つの番号の積が 24 である確率は ノ である。