

2016年2期第4問



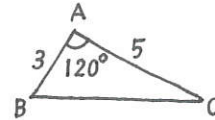
4 $\triangle ABC$ において、 $AB = 3$ 、 $AC = 5$ 、 $\angle A = 120^\circ$ とする。このとき、次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

(1) 辺 BC の長さは $\frac{7}{42}$ である。

(2) $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\frac{43}{45} \sqrt{\frac{44}{3}}$ である。

(3) $\triangle ABC$ の面積は $\frac{46}{48} \sqrt{\frac{47}{4}}$ である。

(4) $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき、線分 AD の長さは $\frac{49}{50} \frac{15}{8}$ である。



(1) 余弦定理より

$$\begin{aligned} BC^2 &= 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 120^\circ \\ &= 9 + 25 + 15 \\ &= 49 \end{aligned}$$

$$\therefore BC = 7$$

(2) 正弦定理より

$$\frac{7}{\sin 120^\circ} = 2R \quad \therefore R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned} (3) \triangle ABC &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ \\ &= \frac{15\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

(4) $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot AD \cdot \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \cdot AD \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 8 \cdot AD \\ &= 2\sqrt{3} AD \end{aligned}$$

$$(3) \text{より} \quad 2\sqrt{3} AD = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore AD = \frac{15}{8}$$