2013 年 医学部 第 3 問

$\boxed{3}$ O を中心とする半径 1 の円周上に相異なる 3 点 A，B，C がある．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおき，$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \neq \vec{0}$ とする．線分 AB，BC，CA の中点を，それぞれ P，Q，R とし，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \vec{q}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \vec{r}$ とおく．

このとき，以下の $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{6}$ について適切な値を，$\boxed{イ}$ には適切な式を解答欄に答えなさい．また，$\boxed{ア}$，$\boxed{ウ}$ には下部の選択肢からもっともふさわしいものを選択して，解答欄に記入しなさい．
ベクトル $\vec{d} = \dfrac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ とすると，

$$|\vec{d} - \vec{p}| = |\vec{d} - \vec{q}| = |\vec{d} - \vec{r}| = \boxed{1}$$

となり，$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \vec{d}$ によって定まる点 D は △PQR の $\boxed{ア}$ となることがわかる．
いま，線分 AB の長さを 1，線分 AC の長さを $\sqrt{3}$ とし，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ は，どの 2 つも平行ではないとする．このとき，線分 BC の長さは $\boxed{2}$ であり，$\vec{a} \cdot \vec{c} = \boxed{3}$ である．また，$\vec{b}$ を $\vec{a}$ と $\vec{c}$ で表すと，$\vec{b} = \boxed{イ}$ となる．
また，△PQR について，∠QPR の二等分線と辺 QR の交点を S とおき，$\overrightarrow{\mathrm{PS}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{c}$ で表すと，

$$\overrightarrow{\mathrm{PS}} = \boxed{4}\,\vec{a} + \boxed{5}\,\vec{c}$$

とかける．同様にして，∠PQR の二等分線と辺 PR の交点を T とおく．線分 PS と線分 QT の交点を U とおくと，U は △PQR の $\boxed{ウ}$ となり，

$$\overrightarrow{\mathrm{OU}} = \boxed{6}\,\vec{b}$$

となることがわかる．

選択肢：　重心，　内心，　外心