

2014年 第4問


 数理  
石井K

4  $m, n$  を自然数とする. 命題「 $m^2 + n^2$  が奇数  $\implies$  積  $mn$  は偶数」について, 次の問いに答えよ.

- (1) この命題の対偶を書け.  
 (2) (1)の対偶を証明することにより, 上の命題を証明せよ.

(1) 対偶 「積  $mn$  は奇数  $\implies m^2 + n^2$  は偶数」

(2)  $mn$ : 奇数より.  $m, n$  はともに奇数なので;

$$m = 2k - 1, \quad n = 2l - 1 \quad (k, l \text{ は自然数}) \text{ とおくことができる}$$

このとき,

$$\begin{aligned} m^2 + n^2 &= (2k - 1)^2 + (2l - 1)^2 \\ &= 4k^2 - 4k + 1 + 4l^2 - 4l + 1 \\ &= 2(2k^2 - 2k + 2l^2 - 2l + 1) \end{aligned}$$

$\therefore m^2 + n^2$  は偶数 となり. 対偶が示された

$\therefore$  元の命題は真である  $\square$