

2016年1期2日目第4問

数理解石井K

4 次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

(1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする. $\cos \theta = -\frac{3}{4}$ のとき,

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{\frac{31}{32}}}{\frac{7}{4}}, \quad \tan \theta = -\frac{\sqrt{\frac{33}{34}}}{\frac{3}{3}}$$

である.

(2) 2直線 $y = -x$ と $y = \sqrt{3}x$ のなす角 θ は $\frac{75}{35}^\circ$ である. ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする.(3) $\triangle ABC$ において, $\angle A = 75^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $CA = 6$ であるとき,

$$\angle B = \frac{45}{36}^\circ, \quad AB = \frac{3}{37} \sqrt{\frac{6}{38}}, \quad BC = \frac{3}{39} + \frac{3}{40} \sqrt{\frac{3}{41}},$$

 $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\frac{42}{3} \sqrt{\frac{43}{2}}$ である.
(1) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ より

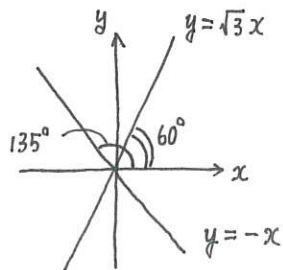
$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= 1 - \frac{9}{16} \\ &= \frac{7}{16} \end{aligned}$$

 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ より $\sin \theta \geq 0$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

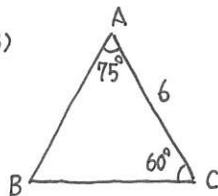
$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= -\frac{\sqrt{7}}{3} \end{aligned}$$

(2)



$$\therefore 135^\circ - 60^\circ = 75^\circ$$

(3)



$$\begin{aligned} \angle B &= 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

$$\text{正弦定理より, } \frac{6}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 60^\circ}$$

$$\begin{aligned} \therefore AB &= 6\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$(3\sqrt{6})^2 = 6^2 + BC^2 - 2 \cdot 6 \cdot BC \cdot \cos 60^\circ$$

$$54 = 36 + BC^2 - 6BC$$

$$BC^2 - 6BC - 18 = 0$$

$$\therefore BC = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 18}}{2} = 3 \pm 3\sqrt{3}$$

$$BC > 0 \text{ より, } BC = 3 + 3\sqrt{3}$$

$$\frac{6}{\sin 45^\circ} = 2R \quad \therefore R = 3\sqrt{2}$$