0001916273808999

大同大学

2013年 工・情報学部 第7問

数理 石井K

$\boxed{7}$ 次の問いに答えよ．

(1) $(x+\sqrt{2})^8$ を展開したとき，x^6 の係数を求めよ．

(2) $(x+\sqrt{2})^{10}$ を展開したとき，x^6 の係数を求めよ．

(3) $(x^2+2\sqrt{2}x+3)^5$ を展開したとき，x^6 の係数を求めよ．

(1) 二項定理より．展開したときの一般項は．

$$x^n \cdot (\sqrt{2})^{8-n} \cdot {}_8C_n$$

となる．これに $n=6$ を代入すると．

$$x^6 \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot \underbrace{{}_8C_6}_{={}_8C_2} = 56x^6 \qquad \therefore \text{係数は } 56$$

(2) 二項定理より．展開したときの一般項は．

$$x^n \cdot (\sqrt{2})^{10-n} \cdot {}_{10}C_n$$

これに $n=6$ を代入すると．

$$x^6 \cdot (\sqrt{2})^4 \cdot \underbrace{{}_{10}C_6}_{={}_{10}C_4} = 840x^6 \qquad \therefore \text{係数は } 840$$

(3) 多項定理より．展開したときの一般項は．

$$\frac{5!}{m!n!l!} \cdot (x^2)^m \cdot (2\sqrt{2}x)^n \cdot 3^l \text{，ただし．} m+n+l=5 \cdots ①$$

∴ 次数を考えて．$2m+n=6 \cdots ②$　　①，②より．$(m,n,l)=(1,4,0),(2,2,1),(3,0,2)$

∴ これらを代入して和を考えて．

$$\frac{5!}{1!4!}(x^2)^1 \cdot (2\sqrt{2}x)^4 \cdot 3^0 + \frac{5!}{2!2!1!}(x^2)^2 \cdot (2\sqrt{2}x)^2 \cdot 3^1 + \frac{5!}{3!2!}(x^2)^3 \cdot 3^2$$

$$= 320x^6 + 720x^6 + 90x^6$$
$$= 1130x^6$$

∴ 係数は 1130