

2015年 現代教養 第2問

 2 事象  $X$  の確率を  $P(X)$  で表し,  $X$  の余事象を  $\bar{X}$  で表す. 事象  $A, B$  が

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

をみたすとき, 以下の設問に答えよ.

(1)  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B})$  を示せ.(2)  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ ,  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{13}{15}$ ,  $P(A) > P(B)$  であるとき,  $P(A)$  および  $P(B)$  を求めよ.

$$(1) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) \quad \leftarrow \text{ド・モルガン}$$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 1 - \{P(A) + P(B) - P(A \cap B)\}$$

$$= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) \quad \downarrow P(A \cap B) = P(A)P(B) \text{ を使った}$$

$$= \{1 - P(A)\} \{1 - P(B)\}$$

$$= P(\bar{A})P(\bar{B}) \quad \blacksquare$$

$$(2) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ より, } P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B})$$

$$= 1 - P(A \cap B)$$

$$\therefore \frac{13}{15} = 1 - P(A \cap B) \quad \therefore P(A \cap B) = \frac{2}{15} \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } P(A) + P(B) = \frac{11}{15} \quad \therefore P(B) = \frac{11}{15} - P(A)$$

 これと②と  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$  より,

$$\frac{2}{15} = P(A) \cdot \left\{ \frac{11}{15} - P(A) \right\}$$

$$\therefore \{P(A)\}^2 - \frac{11}{15}P(A) + \frac{2}{15} = 0$$

$$\therefore \left\{ P(A) - \frac{1}{3} \right\} \left\{ P(A) - \frac{2}{5} \right\} = 0$$

 $P(A) > P(B)$  より,

$$\underline{P(A) = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{1}{3}} \quad //$$