

2012年 商学部 第4問

4  $-1 < x < 1$  を定義域とする関数  $f_p(x) = \frac{x-p}{1-px}$ ,  $f_q(x) = \frac{x-q}{1-qx}$  ( $-1 < p < 1$ ,  $-1 < q < 1$ ) について, 次の問いに答えよ.

- (1) 定義域内のすべての  $x$  に対して,  $-1 < f_q(x) < 1$  を示せ.
- (2) 定義域内のすべての  $x$  に対して,  $f_p(f_q(x)) = \frac{x-r}{1-rx}$  を満たすとき,  $r$  を  $p$  と  $q$  を用いて表し,  $-1 < r < 1$  を示せ. ただし,  $f_p(f_q(x))$  は  $f_p(y) = \frac{y-p}{1-py}$  に  $y = f_q(x)$  を代入したものを意味するものとする.
- (3) 定義域内のすべての  $x$  に対して,  $f_p(f_q(x)) = f_q(x)$  を満たす  $p$  を求めよ.