

2010年 商学部 第5問

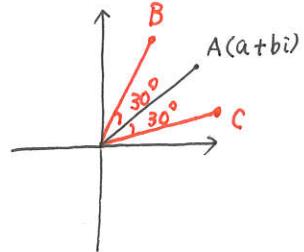
- 5 座標平面上の点 A( $a, b$ )を、原点を中心として  $30^\circ$  回転移動した点 B の  $x$  座標が  $\sqrt{3} - 2$  で更に、点 B を、原点を中心として  $-60^\circ$  回転移動した点 C の  $y$  座標が  $-1 + 2\sqrt{3}$  であるとき、点 A( $a, b$ )を求めよ。

新課程に合わせて行列ではなく

複素数で解きます。

$$(a+bi)(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) = (a+bi)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}a - \frac{1}{2}b + \left(\frac{1}{2}a + \frac{\sqrt{3}}{2}b\right)i$$



$$\therefore B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a - \frac{1}{2}b, \frac{1}{2}a + \frac{\sqrt{3}}{2}b\right) \quad \therefore \frac{\sqrt{3}}{2}a - \frac{1}{2}b = \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore \sqrt{3}a - b = 2\sqrt{3} - 4 \quad \cdots ①$$

$$(a+bi)(\cos(-30^\circ) + i \sin(-30^\circ)) = (a+bi)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{1}{2}b + \left(-\frac{1}{2}a + \frac{\sqrt{3}}{2}b\right)i$$

$$\therefore C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{1}{2}b, -\frac{1}{2}a + \frac{\sqrt{3}}{2}b\right) \quad \therefore -\frac{1}{2}a + \frac{\sqrt{3}}{2}b = -1 + 2\sqrt{3}$$

$$\therefore -a + \sqrt{3}b = -2 + 4\sqrt{3} \quad \cdots ②$$

$$① \times \sqrt{3} + ② \therefore 2a = 6 - 4\sqrt{3} - 2 + 4\sqrt{3} \quad \therefore a = 2, b = 4$$

$$\therefore \underline{\underline{A(2,4)}}$$