0002240549577999

小樽商科大学

2016年 商学部 第1問

数理 石井K

1 次の $\boxed{\quad}$ の中を適当に補え．

(1) x に関する方程式 $(k^2-4k+3)x^2-4x+1=0$ が異なる2つの実数解を持つような整数 k は，全部で 3 $\boxed{\quad}$ 個である．

$-\frac{1}{7}<x<\frac{17}{3}$

(2) 不等式 $\log_4(7x+1)<\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2(2x+9)$ を解くと $\boxed{\quad}$ である．

(3) $0\leqq\theta\leqq\pi$ のとき，$4\sin^3\theta+\cos^2\theta-2\sin\theta+1$ の最大値 M，最小値 m を求めると $(M,\ m)=\boxed{\quad}$ である．

$(3,\ \frac{5}{4})$

(1) $k^2-4k+3=(k-1)(k-3)$ より，次のように場合を分けて考える．

(i) $k=1$ または $k=3$ のとき．

$-4x+1=0$ となり，実数解は1個．

(ii) $k\neq1$ かつ $k\neq3$ のとき．

判別式を D とすると，

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-(k^2-4k+3)\cdot1$$
$$=-(k^2-4k-1)$$

∴ 異なる2つの実数解をもつので $D>0$ より，

$k^2-4k-1<0$　　∴ $2-\sqrt{5}<k<2+\sqrt{5}$

$2<\sqrt{5}<3$ で，k は整数より，$k=0,1,2,3,4$　ここで，$k\neq1$ かつ $k\neq3$ より，$k=0,2,4$

(i)，(ii) より，<u>3個</u>〃

(2) 真数条件より，$7x+1>0$ かつ $2x+9>0$　∴ $x>-\frac{1}{7}$ …①

$$(\text{不等式}) \iff \frac{\log_2(7x+1)}{\log_2 4}<\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2(2x+9)$$
$$\iff \log_2(7x+1)<\log_2 2(2x+9)$$
$$\iff 7x+1<2(2x+9)$$
$$\iff x<\frac{17}{3}$$

よって，① より，$\underline{-\frac{1}{7}<x<\frac{17}{3}}$〃

(3) $y=4\sin^3\theta+1-\sin^2\theta-2\sin\theta+1$

$x=\sin\theta$ とおくと，$y=4x^3-x^2-2x+2$　$(0\leqq x\leqq1)$

∴ $y'=12x^2-2x-2=2(2x-1)(3x+1)$

x	0	…	$\frac{1}{2}$	…	1
y'		−	0	+	
y	2	↘	$\frac{5}{4}$	↗	3

∴ 右の増減表より，$\underline{(M,m)=(3,\frac{5}{4})}$〃