

2015年薬学部第3問

3 次の問いに答えなさい。

- (1) 「自然数  $m$  を 4 で割ったときの余りが  $r$  であるならば,  $m(m+1)$  を 4 で割ったときの余りは  $r(3-r)$  と等しい」ことを  $r = 0, 1, 2, 3$  のそれぞれの場合について  で示しなさい。ただし, 自然数  $m$  が整数  $q, r$  を用いて

$$m = 4q + r \quad (0 \leq r < 4)$$

と表されるとき,  $r$  を,  $m$  を 4 で割ったときの余りという。

- (2)  $n$  を自然数とする。数列  $\{a_n\}$  は, 初項  $a_1$  が 2, 公差が 2 の等差数列であり, 数列  $\{b_n\}$  は次の条件

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} - b_n = \frac{a_{n+1}}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められている。

- (i) 一般項  $a_n, b_n$  は,  $n$  を用いて表すとそれぞれ  $a_n = \text{I}$ ,  $b_n = \text{J}$  である。

- (ii) 2つの集合  $A, B$  を

$$A = \{a_n \mid n \text{ は } 39 \text{ 以下の自然数}\}, \quad B = \{b_n \mid n \text{ は } 12 \text{ 以下の自然数}\}$$

とする。このとき,  $A$  と  $B$  の共通部分  $A \cap B$  の要素の個数を  $s$  とすると,  $s = \text{K}$  である。

- (iii)  $t$  を自然数の定数とする。2つの集合  $C, D$  を

$$C = \{a_n \mid n \text{ は } 100 \text{ 以下の自然数}\}, \quad D = \{b_n \mid n \text{ は } t \text{ 以下の自然数}\}$$

とする。このとき,  $C$  と  $D$  の和集合  $C \cup D$  の要素の個数が 111 であるならば,  $t$  の値は  $t = \text{L}$  である。