

2011年文系第4問

4  $N, a, b$  は正の整数とする. 箱の中に赤玉が  $a$  個, 白玉が  $b$  個入っている. 箱から無作為に 1 個の玉を取り出し, 色を記録して箱に戻す. この操作を繰り返し, 同じ色の玉が 2 回続けて出るか, または取り出す回数が  $2N + 2$  になったら終了する.  $n$  回取り出して終わる確率を  $P(n)$  とし,  $p = \frac{a}{a+b}$ ,  $q = \frac{b}{a+b}$ ,  $r = pq$  とおく. 次の問いに答えよ.

(1)  $P(2j)$ ,  $P(2j+1)$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) および  $P(2N+2)$  を  $r$  を用いて表せ.

(2) 偶数回取り出して終わる確率  $Q = \sum_{j=1}^{N+1} P(2j)$  について,  $Q > \frac{1-2r}{1-r}$  となることを示せ.