



2014年文系第2問

数理  
石井K

2 1から4までの番号を書いた玉が2個ずつ、合計8個の玉が入った袋があり、この袋から玉を1個取り出すという操作を続けて行う。ただし、取り出した玉は袋に戻さず、また、すでに取り出した玉と同じ番号の玉が出てきた時点で一連の操作を終了するものとする。玉をちょうど  $n$  個取り出した時点で操作が終わる確率を  $P(n)$  とおく。次の問いに答えよ。

- (1)  $P(2)$ ,  $P(3)$  を求めよ。  
 (2) 6以上の  $k$  に対し、 $P(k) = 0$  が成り立つことを示せ。  
 (3) 一連の操作が終了するまでに取り出された玉の個数の期待値を求めよ。

$$(1) \quad P(2) = \frac{4}{{}^8C_2} = \frac{1}{7} \quad P(3) = \left(1 - \frac{1}{7}\right) \times \frac{2}{6} = \frac{2}{7}$$

(2) 玉の番号は4種類なので、必ず5回目までには同じ番号が出る  
 よって6回目以降、操作が止まることはないので

$$P(k) = 0 \quad (k \geq 6) \quad \square$$

$$(3) \quad \text{(2)より、} \quad \text{(期待値)} = \sum_{k=2}^5 P(k) \cdot k \quad \text{--- (*)}$$

$$\text{ここで、} \quad P(4) = \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{2}{7}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{12}{35}$$

$$P(5) = 1 - \frac{1}{7} - \frac{2}{7} - \frac{12}{35} = \frac{8}{35}$$

$$\therefore (*) \text{ と (1) より、} \quad \text{(期待値)} = 2 \cdot \frac{1}{7} + 3 \cdot \frac{2}{7} + 4 \cdot \frac{12}{35} + 5 \cdot \frac{8}{35}$$

$$= \frac{128}{35}$$