

2011年理系第1問

1  $n$  を自然数とする.  $xy$  平面上で行列  $\begin{pmatrix} 1-n & 1 \\ -n(n+1) & n+2 \end{pmatrix}$  の表す1次変換(移動ともいう)を  $f_n$  とする.

以下の間に答えよ.

- (1) 原点  $O(0, 0)$  を通る直線で, その直線上のすべての点が  $f_n$  により同じ直線上に移されるものが2本あることを示し, この2直線の方程式を求めよ.
- (2) (1) で得られた2直線と曲線  $y = x^2$  によって囲まれる図形の面積  $S_n$  を求めよ.
- (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n - \frac{1}{6}}$  を求めよ.